**פתרון שאלה 4:**

תיאור האלג'

בהינתן גרף s ו-t ב-V נבצע רדוקציה ל-BFS.

*ממיר קלט: נבנה גרף כאשר:*

*V’ =*

*E’*

*קופסא שחורה: נריץ BFS מקודקוד*

*ממיר פלט: אם אז נחזיר "לא קיים מסלול" ואחרת נחזיר את המסלול מ-t3 לs1*

*כאשר לכל קודקוד במסלול נחזיר .*

*הוכחת נכונות-*

*אבחנה:*

*אם האלגוריתם מחזיר מסלול אזי זה מסלול חוקי מ-s ל-t אשר עובר בשני קודקודים בדיוק מ-U.*

*הוכחה:...*

*משפט: אם קיים מסלול בין s ל-t שעובר פעמיים ב-U האלגוריתם מחזיר מסלול כזה קצר ביותר ואחרת הוא מחזיר "לא קיים מסלול".*

*ט"ע – קיים מסלול באורך x בין s ל-t שעובר פעמיים ב-U בגרף G =>*

*קיים מסלול באורך x בין s1 ל-t3 בגרף 'G*

*הוכחת המשפט: נחלק למקרים לפי פלךט האלגוריתם:*

1. *האלג' החזיר מסלול אם האלגוריתם החזיר מסלול P אשר מתאים למסלול P\* שהוחזר מהBFS. נבחין |P|=|P\*| מהאבחנה P מסלול חוקי בין s ל-t שעובר פעמיים ב-U. אם בשלילה קיים מסלול קצר יותר מ-P בין s ל-t שעובר פעמיים ב-U נסמנו ב-P'. לפי ט"ע קיים מסלול P'\* בין s1 ל-t3 המקיים*

*קיבלנו*

*וזאת סתירה לנכונות BFS.*

1. *האלג' החזיר 'לא קיים מסלול'*

*G – P ו-P'*

*G' – P\**

*ט"ע – קיים מסלול באורך x בין s ל-t שעובר פעמיים ב-U בגרף G =>*

*קיים מסלול באורך x בין s1 ל-t3 בגרף 'G*

*הוכחת ט"ע*

*יהי P המסלול באורך x בין s ל-t שעובר פעמיים ב-U בגרף G:*

*נניח ש- עבור .*

*נבנה מסלול P' בין s1 ל-t3 בגרף 'G*

*…*

*הוכחת משפט 2:*

*נסמן:*

*צ"ל T’=(V,E’) ע"פ של G.*

*נוכיח כי |E’|=|V|-1 ו-T' קשיר ואז לפי משפט 1 נסיים.*

*ב-E' הוספנו והחסרנו קשת ולכן*

*ניקח שני קודקודים היה בינהם מסלול ב-T אם המסלול לא עובר בקשת e’ אזי עדיין קיים בינהם מסלול ב-T' ואחרת נחליף במסלול את הקשת e’ במסלול כאשר C הינו המעגל שנוצר בהוספת e. הראנו שT' קשיר.*

*הוכחה שאלה 1-*

*נניח בשלילה ש-T אינו עפ"מ תחת w’ ואז קיים עפ"מ T’*

*כלומר,*

*אז,*

*נצמצם:*

*וסתירה לכך ש-T עפ"מ תחת w.*

*הוכחנת*